MAT-3210 – CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

Lista 5

1. Calcular o vetor gradiente das seguintes funções:

   (a) $f(x,y) = \ln(x^2+y^2)$

   (b) $f(x,y) = x^y$

   (c) $f(x,y) = x^2+y^2\sin(xy)$

   (d) $f(x,y) = (x+y)^{x+y}$

   (e) $f(x,y) = \int_0^{xy^2} e^{-t^2}dt$

2. Prove que $\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$ onde $f,\, g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ são funções.

3. Classificar os pontos críticos das seguintes funções:

   (a) $f(x,y) = 3x^4 - x^2 + 2x^2y - 2xy$

   (b) $f(x,y) = (x-y+1)^2$

   (c) $f(x,y) = y^4 - 4xy + 4x^2$

   (d) $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-(x^2+y^2)}$

   (e) $f(x,y) = xy + 8/x + 8/y$

4. Solucionar:

   (a) Achar o ponto do plano $2x-y+2z = 16$ mais próximo da origem.

   (b) Determine o valor máximo da soma dos cosenos dos ângulos de um triângulo.

   (c) De todos os triângulos de perímetro fixado, determine o de maior área.

   (d) Mostre que uma caixa retangular com tampa e volume dado terá a menor área de superfície se for cúbica.

   (e) Se os vértices de um triângulo são $(0,0)$, $(2,1)$ e $(1,3)$, determine o punto P do triângulo tal que a soma dos quadrados das distâncias aos vértices seja mínima.